Kern & Teilchen 12.6.08

Schalenmodelle d. Kerns

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\vec{\nabla}^2 + U(r)\right\}\psi(\vec{r}) = \varepsilon\,\psi(\vec{r}) \qquad \text{SGL}$$

$V(r)$ Coulombpot.

$$\psi(\vec{r}) = R(r)\, Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$$

Coulomb

$$\varepsilon_N = -\frac{1}{2} m c^2 \alpha_f^2 \frac{Z^2}{N^2}$$

Hauptquantenzahl

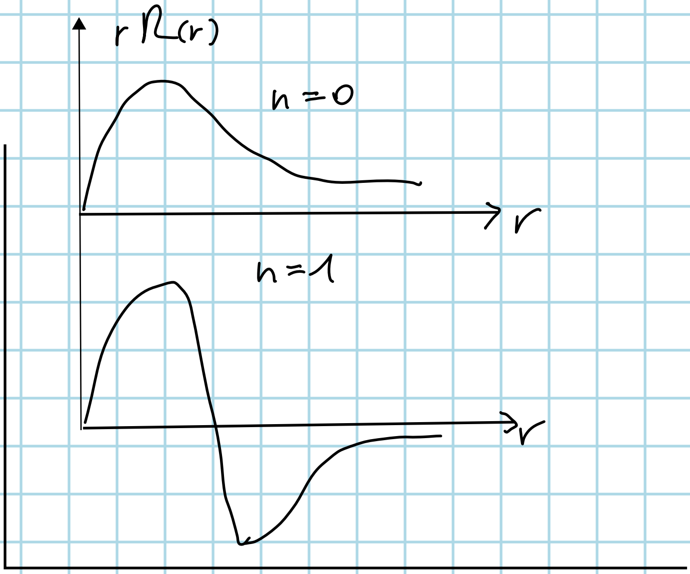
$$\varepsilon_N = \left(N + \frac{3}{2}\right)\hbar\omega$$

harm. Osz.

Oszillatorfrequ.

radiale QZ

Knoten in rad WF



Coulomb: $N = n + l + 1$

HO: $N = 2n + 1$

// Woods Saxon Pot.

In jeder Schale $2n+1$ Möglichkeiten

$$N_N = \sum_{l=0}^{N} 2(2l+1) = (N+1)(N+2) \qquad \text{// N gerade}$$

Anzahl d. Zustände

Magische Zahlen

$2, 8, 20, 28, 50, 82, \underset{n}{126}\ \underset{p}{(144)}$

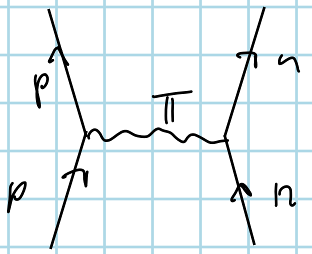
Spin Bahn Term

rel Korrektur im Atom d. Form: $e\frac{1}{r}\frac{dV}{dr}\,\vec{l}\cdot\vec{s}$

el. magn $\alpha_p \sim \frac{1}{137}$; viel zu klein für Kerne

NN-WW: Austauscht. ist Pion

Spin Bahn Term kommt nicht von d. Photonen wie bei e^- sondern von Mesonenaustausch



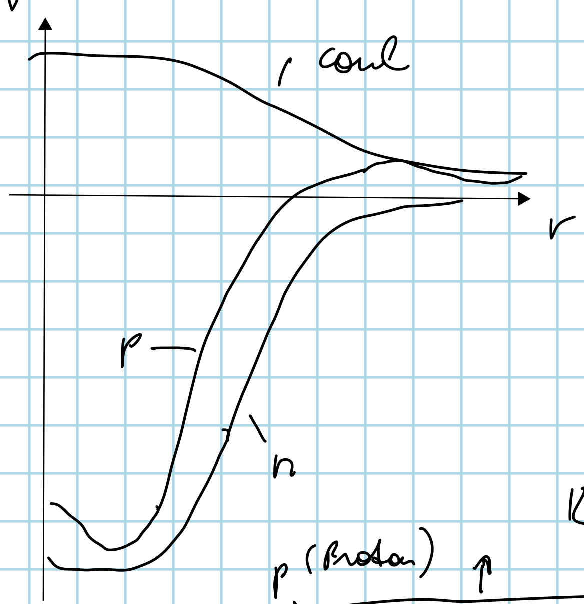
$$\alpha_p = \frac{e_0^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar c}$$

sollte $\frac{g^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar c}$ sein ~ 1

Es kommt zum Schalenabschluss .. siehe 4.12 (f Neutronen)

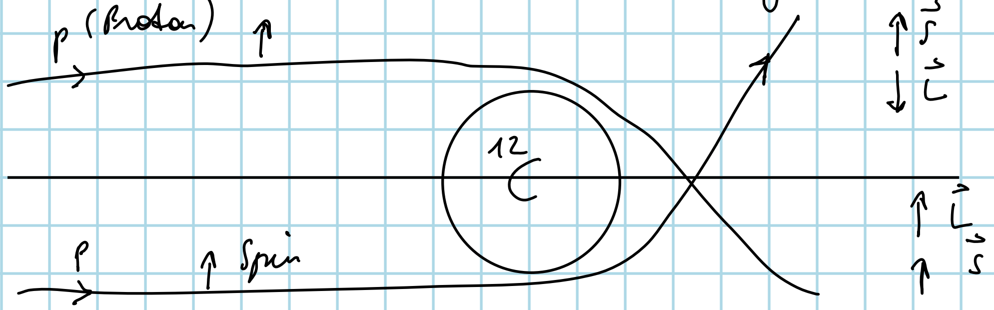
Calzium 48 (stabil) Energieniveaus verschieben sich in andere Schalen ...

Für Protonen sieht das Potential etwas anders aus (auch Coulomb T wirksam)



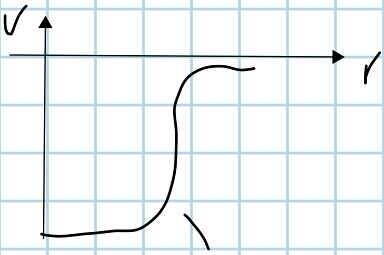
Man versucht Kerne herzustellen mit abgeschlossenen Schalen (leben auch relativ lange d. Kerne (ohne e^-) Lebensdauer v. ms)

Kern ohne e^- eig. 10^{-22} s Lebensd.



Man weiß nicht, ob oben od. unten gestreut wird ...

Über solche Polarisationsmessungen bekommt man Aussage über
α - Spin (Kern ^{12}C ist spinlos ?)



//

kann Ozzi hat am Rand große Änderung ⇒ Spin Bahn - Term ist dort am größten (typ. Randterm)

<u>Spin Bahn Korr:</u> $\boxed{\Delta E_{j=l-\frac{1}{2} \text{ bis } j=l+\frac{1}{2}} = 10(2l+1)\, A^{-2/3}\ \text{MeV}}$

Modell best. Auffüllungsreihenfolge

<u>Kernphysik</u> NN Streuung → elastisch

// doppelt magisch – so wie Edelgas bei Hülle

Kern mag Z

mag N $+n$ $+n$

noch eins dazu – $*_1$

1 n dazu → n bestimmt Spinzust d Kerns

$*_1$ die 2 n sättigen sich ab (Wollen in Grundzust sein)
Spin = $\emptyset$

gg – Kerne im Grundzust : Spin = $\emptyset$

n: $(n_j\ l)$ $0 \leq J \leq 2_j$ Spin eines Kerns ist immer J Wert!!

können $\vec{L}\,\vec{S}$ nicht verwendl. Ges-Drehimp. d Kerns
keine L S Add sond. J J Add.

gu & ug Kerne koppeln meist zu $J = j$
selten zu $J = j-1$
uu-Kerne $|j_p - j_n| \leq J \leq j_p + j_n$
gg-Kerne im Grundzust. Spin $= \emptyset$

} ∃ im wesentl. d. kundtahen Regeln in Kernen

j … ungepaarte Neutr. od. Protonen

zB 5T : $\underbrace{\text{4 machen Spin} = 0}_{\text{Absättigung}}$ → 5. T macht Spin

Mikroskopischer Operator

$$\boxed{\begin{aligned} H = &\sum_{i=1}^{N} \frac{p_i^2}{2m_i} + V_i^n \\ &+ \sum_{i=1}^{Z} \frac{p_i^2}{2m_i} + V_i^p \\ &+ V_{RestWW} \end{aligned}}$$

Mean Field – Einteilchenpot. wirkt nur auf i. Teil.

→ nur mit Einteilchenpot. kann man d. ganze nicht beschreiben (Zweikörperanteil)

$$= \sum_{i<j} V_{NN}(i;j) + \sum_{i=1}^{Z+N} \frac{p_i^2}{2m}$$

WW zwischen 2T. Σ über alle möglich.

$$\delta \frac{\langle \psi | H | \psi \rangle}{\langle \psi | \psi \rangle} = \emptyset$$

man bekommt Energieerwartungswert

Funktioniert bei Deuteron, aber Probleme ab Triton (pnn)

Es kommt zu Δ in Bindungs E

T(p nn) $E_B \sim 7{,}8$ MeV $\Delta \sim 0{,}6 - 0{,}8$ MeV

^{4}He (ppnn) $E_B \sim 28$ MeV $\Delta \sim 3-4$ MeV

} 3 Körper kräfte sind erforderlich

Es gibt Modelle jedoch noch nicht bestätigt ?

Bsp: Was bewirkt Rest WW ?

2 Nukleonen außerhalb einer geschlossenen Schale

vor Stoß

$$\underset{1.\,T}{E_1} + \underset{2.\,T}{E_2} = -V_0 + \left(N_1^a + \frac{3}{2}\right)\hbar\omega - V_0 + \left(N_2^a + \frac{3}{2}\right)\hbar\omega$$

$$= -V_0 + \left(N_1^b + \frac{3}{2}\right)\hbar\omega - V_0 + \left(N_2^b + \frac{3}{2}\right)\hbar\omega$$

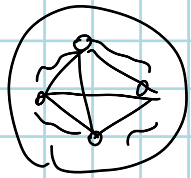
nach Stoß

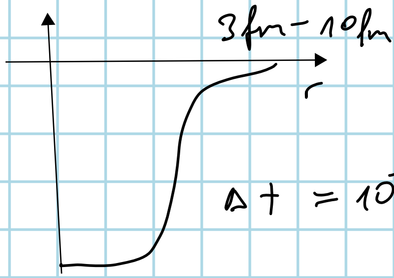
$$N_1^a + N_2^a = N_1^b + N_2^b$$ N -- Zustand

b) $\vec{j}_1^{\,a} + \vec{j}_2^{\,a} = \vec{j}_1^{\,b} + \vec{j}_2^{\,b}$ $m_1^a + m_2^a = m_1^b + m_2^b$

c) Paritätserhaltung   L gerade → gerade

L ungerade → ungerade





$\Delta t = 10^{-22}$ s

$\Delta E \, \Delta t > \hbar$ Heisenberg'sche Unschärfe (Parameter)

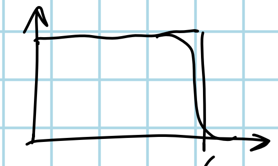
Energieverle. innerh. d. Unschärfe sind möglich

$\Delta E < \frac{\hbar}{\Delta t} \sim 1 - 2$ MeV $\Rightarrow$ Rest WW wirkt nur in eigener Schale

weil Schalen mehr als 1 − 2 MeV auseinander sind

Rest WW in magischen Kerne $= \varnothing$

Rest WW : Verschmierung



Fermikante

Man findet in der Praxis Komb. aus versch. Zuständen

— Es ergibt sich jed., dass Komb. nur innerh. einer Schale möglich sind

(weil Energieebene ~ 1-2 MeV sein kann)

Bsp: ^{18}O $\quad Z = 8$, $\quad N = 10 = 8+2$

besetzte Zust. in ^{16}O

$1s_{1/2}$ $\quad N = 0$

$\left.\begin{array}{l} 1p_{3/2} \\ 1p_{1/2} \end{array}\right\} N = 1$

$\left.\begin{array}{l} 2s_{1/2} \\ 1d_{5/2} \\ 1d_{3/2} \end{array}\right\}$ 8 – 20, 2 Zust. in d. ^{18}O

$V_{RWW} \neq 0$

$n^a l^a j^a m^a \qquad n^b l^b j^b m^b$

$n^a l^a j^a m^a \qquad n^b l^b j^b m^b = -m^a$

Tabelle 4.2

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
j_1	$5/2$	$5/2$	$5/2$	$1/2$	$3/2$	$3/2$
m_1	$+5/2$	$+3/2$	$1/2$	$1/2$	$3/2$	$1/2$
j_2	$5/2$	$5/2$	$5/2$	$1/2$	$3/2$	$3/2$
m_2	$-5/2$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
	$(1d_{5/2})^2$	$(1d_{5/2})^2$	$(1d_{5/2})^2$	$(2s_{1/2})^2$	$(1d_{3/2})^2$	$(1d_{3/2})^2$

$$|d_1|^2 = |d_2|^2 = |d_3|^2 = |a_1|^2/3$$

$$\psi = \sum_{i=1}^{6} d_i A_i \qquad \sum_{i=1}^{6} |d_i|^2 = 1$$

$$\psi(^{18}O) = a_1 (1d_{5/2})^2_0 + b_1 (2s_{1/2})^2_0 + c_1 (1d_{3/2})^2_0$$

Spin = 0 gekoppelt

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|+\rangle^{(1)}|-\rangle^{(2)} - |-\rangle^{(1)}|+\rangle^{(2)}\right)$$

$h \phi_i = \varepsilon_i \phi_i$ // für jedes Neutron

$\psi = \sum_i e_i \phi_i$

$H \psi = E \psi$ $\boxed{e\, \varepsilon_j + \sum_i V_{ji}\, e_i = e_j E}$

Es gibt 3 Basiselemente $\langle \phi_i | V_{Rest} | \phi_j \rangle = V_{ij}$

(siehe ψ vorige Seite)

$(a_1 \;\; b_1 \;\; c_1)^T$

$$\boxed{\begin{pmatrix} \varepsilon_1 + V_{11} & V_{12} & V_{13} \\ V_{21} & \varepsilon_2 + V_{22} & V_{23} \\ V_{31} & V_{32} & \varepsilon_3 + V_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{pmatrix}}$$

könnten auch 5 Terme sein – mehr Gleichungen zu lösen ...

Vereinfachung: Annahme: $\boxed{V_{ij} = \underbrace{\bar{V} < 0}_{\text{anziehend}}}$

$c_1 \;\; \varepsilon_2 \;\; \varepsilon_3 \sim a_1 \;\; b_1 \;\; c_1$ // kennt man nicht!

sind im EW-Problem die e_s

Kollektiver Zustand wird weiter heruntergeschoben (Abb 4.13)

durch Restww andere Zust bleiben gleich!