

Nukleon - Nukleon WW:

Ansätze:

QCD Theorie ... eigentl. Theorie, quantitativ nur
eingeschränkt möglich

Quantitative Rechnung:

1) Potentialmodelle

$$V_{NN}(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|, \vec{p})$$

Reid soft Core Pot.

Paris Pot.

Bonn Pot.

2) Meson theor. Modelle - Kopplungskonst.

Cut-offs, Mesonmassen

NN - System

$$(-1)^{L+S+T} = (-1)$$

// N müssen antisymm WF haben

2 Teilchen system

$$(-1)^{S+1}$$

bei Spin 0: antis. WF

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|+\rangle_{(1)} |-\rangle_{(2)} - |-\rangle_{(1)} |+\rangle_{(2)}) = |S=0, M_S=0\rangle$$

bei $S=1$: symmetrische WF

$$(-1)^{T+1} \quad \text{f. d. Spin}$$

$$(-1)^L \quad \text{f. d. Drehimpuls: Parität}$$

N p, n

Ein Bindungszustand: Deuteron

$$E_d = 2,225 \text{ MeV} \quad \text{— sehr schwach gebunden}$$

$$\sqrt{r^2} \sim 2,1 \text{ fm} \quad \dots \text{ relativ groß}$$

|
radius

J ... Bahn Drehimpulsquantenzahl

π ... Parität

In welchem Zust. ist Deuteron?

$$J^\pi : 1^+$$

Bei Deut $L=0$ dominierender Zustand

$$\rightarrow S=1 \Rightarrow T=0 \quad (\text{damit } S+T+L \text{ ungerade})$$

Bindungszust $L=0$ $S=0$ $T=1$ existiert nicht!

(auch nicht pp, nn)

$1_p, 1_n$

$$T_p = \frac{1}{2} \quad T_n = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow T=0 \text{ od } T=1 \text{ beim Kopplern}$$

daraus schließbar:

$$\text{Potentialterm } V_{NN} = V_C + V_G \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2$$

Coulomb Spin abh. WW

$$\vec{S}_1 = \frac{\hbar}{2} \vec{\sigma}_1 \quad \vec{S}_2 = \frac{\hbar}{2} \vec{\sigma}_2$$

$$\vec{S}_1 + \vec{S}_2 = \vec{S}$$

$$\vec{S}^2 = \vec{S}_1^2 + 2\vec{S}_1 \vec{S}_2 + \vec{S}_2^2$$

$$\vec{S}_1 \vec{S}_2 = \frac{1}{2} (\vec{S}^2 - \vec{S}_1^2 - \vec{S}_2^2)$$

$$= \frac{\hbar^2}{2} \left(S(S+1) - \frac{3}{4} - \frac{3}{4} \right)$$

Magn. Moment d. Deuterons ausrechnen:

exp: $\mu_d = 0,857 \mu_N$ Kern - Magneton

1. Näherung: $\mu_d^{(1)} = \mu_N (g_e^n \vec{L} + g_e^p \vec{L} + g_s^p \vec{S}_p + g_s^n \vec{S}_n)$

$\begin{matrix} | & | & | & | \\ 0 & 1 & 2 \times 2,79 & -2 - 1,92 \end{matrix}$

Wir sind bei $\vec{L} = 0 \Rightarrow g_e^n \vec{L} = \emptyset$

$\Rightarrow \mu_d^{(1)} = (2,79 - 1,92) \mu_N$ || Zer kürzt sich mit $\frac{1}{2}$ vom Spin

$= 0,8798 \mu_N$

$\mu_d^{exp} = 0,8574 \mu_N$

$\Delta \mu_d = 0,0224 \mu_N \Rightarrow L > \emptyset$

Woher kommt Diff, es muss L enthalten sein!

Quadrupolmoment d. Deuterons best. Bahndrehimpuls $L > \emptyset$

$Q_d = 0,2875 \text{ fm}^2$ $L = 1, 2, 3$ wären höhere

was ist vereinb. mit $(-1)^{L+S+T} = (-1) ?$

mit $S = 1$ $T = 0 \Rightarrow L = 2, 4, \dots$ L_2 weil $J = 1$ sein muss

ungerade L wegen Pauliprinzip ausgeschlossen

Beimischung $\sim L = 2$ (erfüllt Paritätserhaltung)

\rightarrow neuer Term zum Potential = Tensorterm

$V_{NN} = V_C + V_0 \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 + V_T S_{12}$

Tensoroperator

$$S_{12} = \frac{3(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{r})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{r})}{r^2} - \sigma_1 \cdot \sigma_2$$

verkümpft $L=0$ mit $L=2$
 1 3
 2 4
 ⋮

alle die mit $S=1$ vereinbar sind

Zustand gleicher Parität

Deuteron VF

$$E = -\epsilon_d$$

$$\psi_d(\vec{r}, t) = \left[\underbrace{\frac{u_s(r)}{r} Y_s}_{S \text{ Wellenanteil}} + \underbrace{\frac{u_D(r)}{r} Y_D}_{D \text{ Wellenanteil}} \right] e^{i \frac{E_d}{\hbar} t}$$

$$Y_S = Y_{00} \chi_p^+ \chi_n^+$$

$$Y_D = \left[\sqrt{\frac{1}{10}} Y_{20} \chi(1,1) - \sqrt{\frac{3}{10}} Y_{21} \chi(1,0) + \sqrt{\frac{6}{10}} Y_{22} \chi(1,-1) \right]$$

CGK rechnen, um auf $J=1$ zu koppeln

$$\chi(1,1) = |+\rangle_{(1)} |+\rangle_{(2)} \quad \text{Spinflkt.}$$

$$\mu_d = \mu_N \int d^3r \psi_d^\dagger \left[\bar{L}_p + g_s^p \vec{S}_p + g_s^n \vec{S}_n \right] \psi_d$$

$$\mu_s = (g_s^p + g_s^n) \underbrace{\left(0, 1, 0 \right)}_{\text{Spin } \vec{z}} \underbrace{- 0,75 p_D}_1 \mu_N$$

$$\mu_2 = \frac{3M}{2M_p} p_D \mu_N$$

Wechsel. d d-Zustands

sollte $\sim 4\%$ sein damit Ergebnis stimmt

$\Rightarrow V_T S_{12}$ Term

bei $p_D = 0$ bekommt man norm. Wert mit Diff. 4% norm. Diff

$$Q_d = \frac{1}{5} \left(\frac{M}{M_p} \right)^2 \int_0^\infty dr r^2 \underbrace{[\sqrt{8} u_s(r) - u_d(r)]}_{\text{WF muss man erst ausrechnen}} u_p(r)$$

Modellabh: 4-6%

Abb 3.46

Protonen

Unpolarisierter Strahl wird nach Streuung an Target polarisiert

Nach 2. Target Detektoren links & rechts (Messung d. Analysestärke)

Polarisation $P(r) = \frac{N_r - N_l}{N_r + N_l}$

Heute bekommt man von Beschleuniger unipol. Strahl
 → 1. Streuung fällt weg!

Bei jeder Streuung fällt viel Intensität weg...

Es fehlen noch einige Terme zu V_{NN} die die Polarisation beschreiben:

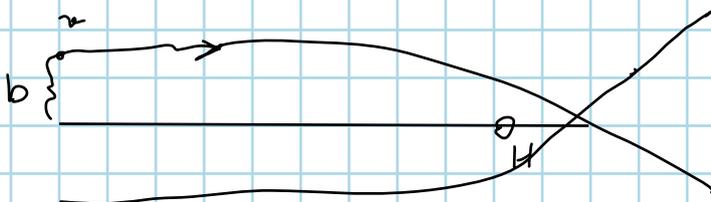
$$V_{NN} = V_C + V_S \vec{G}_1 \vec{G}_2 + V_T S_{12} + \underbrace{V_{LS} \vec{L} \vec{S}}_{\text{besch. Polarisation}} + V_{(SO)^2} (\vec{L} \vec{S})^2$$

\vec{L} ist Relativdrehung zw. Target Nucleon & Proton.

Wenn Bew. d. Targets vernachlässigt

↳

klassisch berechnet



|| anziehende Kraft als β_{Sp}

|| abst. wenn p, P

$$L = m_p v_p b$$

Niederenergiestreuparameter

$$f(\vartheta) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (e^{2i\delta_l} - 1) P_l(\cos\vartheta)$$

$\delta_l \dots$ Streuphase

$kR \sim l$ \hookrightarrow Größe d. Objekts $k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$ je kleiner E, desto kleiner k

$\lim_{k \rightarrow 0} kR \sim 0 \Rightarrow l=0$ dominanter Beitrag in der Niederenergiestreuung

$\Rightarrow f(\vartheta) = \frac{1}{2ik} (e^{2i\delta_0(k)} - 1) \sim *_{3}$ δ ist Energieabh.

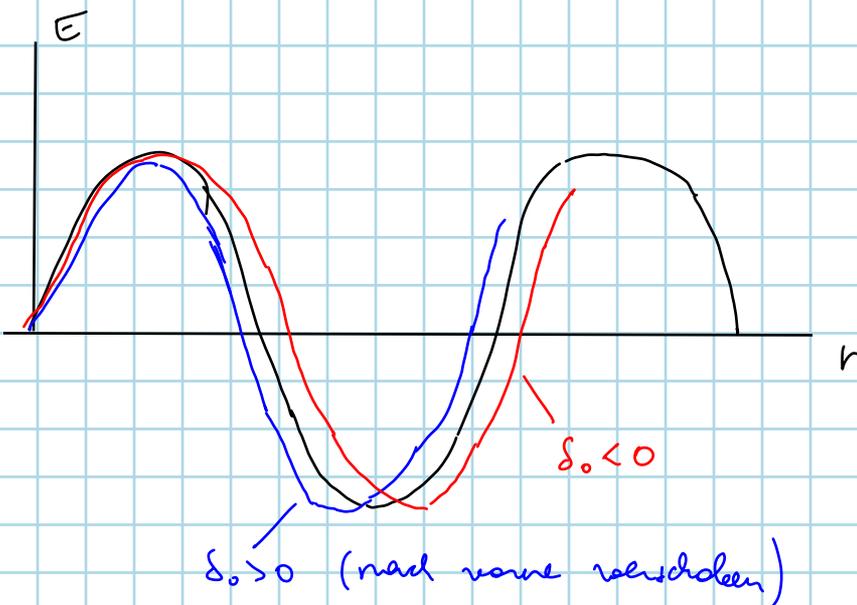
$\delta_0(k) = -ak + O(k^3)$
 \hookrightarrow Konvention

a : Streulänge $l=0$

$*_{3} = \frac{1}{2ik} (1 + 2i\delta_0(k) + \dots - 1) = \frac{\delta_0(k)}{k} = -a + O(k^2)$

|| Fehler im Skriptum $a_l = - \lim_{k \rightarrow 0} \frac{f(\vartheta)}{k^{2l}} = - \lim_{k \rightarrow 0} \frac{\delta_l}{k^{2l+1}}$

Streuphase & Länge:



$l=0$

$u(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \sin(kr + \delta_0)$

$\delta_0 < 0$

1. Welle hat größere Periode, kleinere E

abstoßendes Potential
 Damit gleiches Argument

braucht man größere k_v Werte

$$a < \emptyset$$

bei $\delta_0 > \emptyset$

1. W kleinere Periode \rightarrow tieferes Pot.

anziehendes Pot $a > \emptyset$

anziehend: es kann Bindungszust. geben (blaue Kurve)

Es gibt eine Singulett & Triplet Streulänge

$$a_s = -23,73 \text{ fm}$$

$s=0$ keine Bindung

$$a_+ = 5,37 \text{ fm}$$

// hat einen Bindungszustand

$$\begin{aligned} \sigma_{np} &= \frac{1}{4} \sigma_s + \frac{3}{4} \sigma_+ = 4\pi \left(\frac{1}{4} a_s^2 + \frac{3}{4} a_+^2 \right) \\ &= \pi (a_s^2 + 3a_+^2) \end{aligned}$$

// Wirkungsquerschnitt neutron proton Niederenergie

freies Neutronentarget gibt es nicht, auch nicht in einem

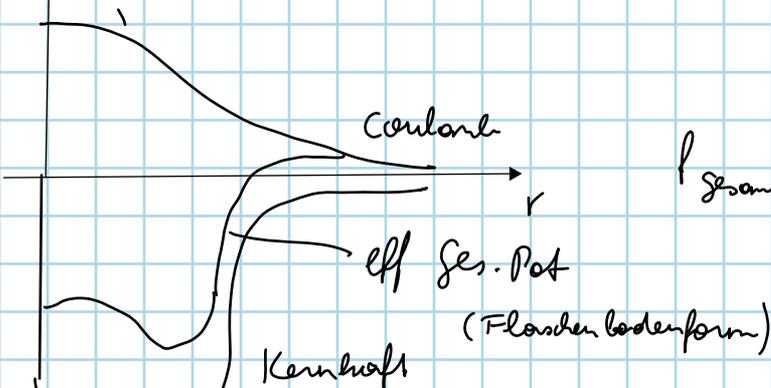
2-Strahl experiment / gibt keine Streuung

pp - Streuung:] Coulombkraft (nicht nur Kernkraft)

$$f_{\text{NW}}(v) = f(v) - f_{\text{Coul.}}(v)$$

f : Streuwahrsch.

abschnitten, damit braue



$$f_{\text{gesamt}}(v) \neq f_{\text{Kern.}} + f_{\text{Coul.}}$$

geht nur in Bornsche Näherung

aber bei Niederen. \neq

Bei Meider energie Interferenztirme in f_{NN}

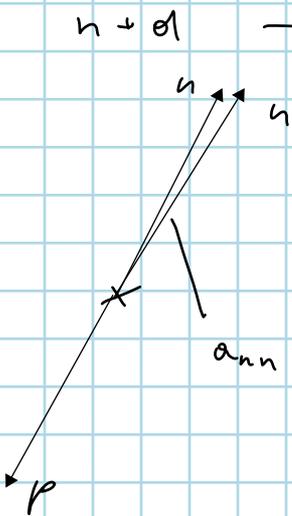
Man sollte f_{NN} & f_{pp} vergleichen können (Kernanteil sollte gleich sein)

$$a_{pp} = -17,31 + 17,8 \text{ fm}$$

$$a_{nn} = -16,6 \text{ fm}$$

Wie kommt man auf a_{nn} ?

⇒ man streut Kerne auf Deuteronen (mit viel E) / aufbrechen



$$G_{n+d} \rightarrow nnp$$

n & n sollen parallel fliegen

exakter 3 Nukleonproblem

Faddeev - Gl. 2. Lösung

Endzustands WW

andere Mögl: $\pi^- + d \rightarrow n + n + \gamma^-$ Same Quant

⇒ Aussage über a_{nn}

Mesorentheoretisches Modell

(anderes NN Modell)

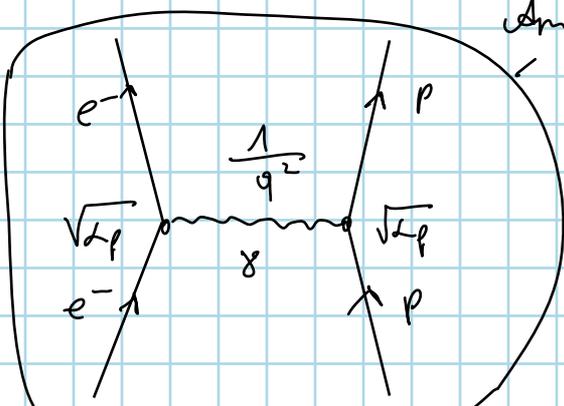
Amplituden / Übergangsmatrixelemente

d Gesamt system

Teilchenaustausch - Bumerang

$\sqrt{2}g$ Kopplungskonst ist Ladung

→ auch bei Proton



Austausch eines Photons

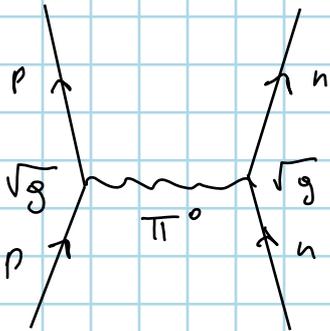
$$\sigma = |T|^2 \propto |f(\vartheta)|^2 \propto \left(\sqrt{L_p} \frac{1}{q^2} \sqrt{L_p} \right)^2 = \frac{L_p^2}{q^4} \Rightarrow$$

siehe Rutherford: $q = 2k \sin \frac{\vartheta}{2}$

$$\sigma = \frac{L_p^2}{16k^4 \sin^4\left(\frac{\vartheta}{2}\right)}$$

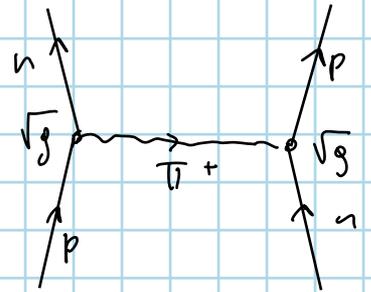
analog zum Rutherford Wirkungsquerschnitt

Dieses Bild überträgt Yukawa auf die starke WW
er kennt das Teilchen noch nicht und postuliert Pion



Ladungserhaltung gilt

π^- ... Austauschteilchen
hat eine Masse neg. endl.
Reichweite



$$\left(\sqrt{s} \sqrt{s} \frac{1}{q^2 + m^2} \right)^2$$

Yukawa Potential

Propagator eines Teilchens mit
Masse (Klein Gordon Gl)

$$c \Delta t \sim \frac{\hbar c}{m c^2} \sim 1,5 \text{ fm}$$

! Aufgrund d. Unschärfe ... Innerhalb dieser Distanzen kann
ein T mit Masse ausgetauscht
werden → Reichweite d.
K-Kräfte

Hier können Erhaltungssätze verletzt werden! (innerhalb)