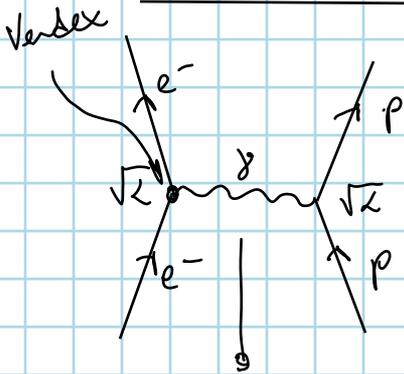


Mesentheor. Besch. d NN - Wechselw.



Propagation eines Photons

$$\frac{1}{q^2}$$

1. Ordnung Term d. Streuamplitude

(Born'sche Näherung)

$$(E-H_0) \psi = 0$$

$$(E-H_0) G_0 = 1$$

$$G_0 = \frac{1}{E-H_0}$$

Streuamplitude v. e^- auf p

$$T_{ep} \propto \sqrt{2} \frac{1}{q^2} \sqrt{2} = \frac{2}{q^2} \propto f(q)$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_R = |f(q)|^2 \propto \frac{4}{q^4}$$

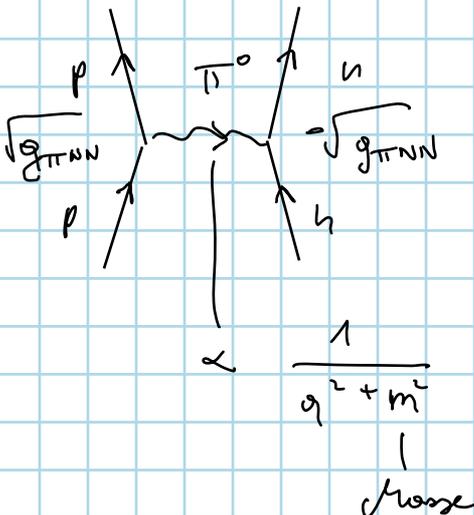
$$q = 2k \cdot \sin \frac{\vartheta}{2}$$

q : transferierter Impuls & Ladung

$$\sqrt{2} \propto Q = \frac{e_0^2}{4\pi\epsilon_0 \dots}$$

Kopplungs-Term

Yukawa - Potential



$$g_{\pi NN} = \frac{g}{4\pi}$$

g : Meson'sche Ladung

$$\frac{m_\pi c^2}{\hbar c}$$

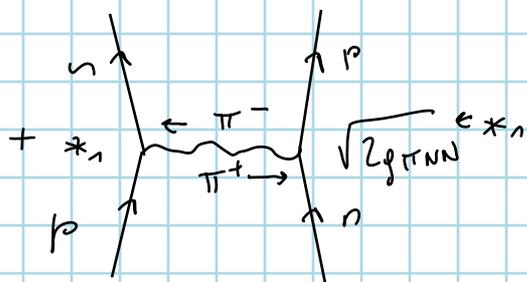
$$\frac{\text{MeV}}{\text{MeV fm}}$$

$$\frac{\hbar c}{m_\pi c^2} \sim 1,5 \text{ fm}$$

$$\frac{200}{140} \sim 1,45 \text{ fm}$$

$$m_\pi c^2 \sim 140 \text{ MeV}$$

1
Masse



Bei p & e^- kann man nicht vertauschen!

Bei diesen WW kann man vertauschen & man merkt d. Unterschied nicht

1. Skizze: linker Vertex im isospin Raum: (Matrixelement)

$$\left\langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} \quad 1 \quad 0 \mid \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

rechter Vertex:

$$\left\langle \frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \quad 1 \quad 0 \mid \frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \right\rangle$$

$$\begin{array}{ccc} T & T_3 & T \quad T_3 \\ \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} \\ \text{eink. } p & \pi^0 & \text{ausl. } p \end{array}$$

2. Skizze: $\left\langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} \quad 1 \quad 1 \mid \frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \right\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}$ linker V.

$$\Rightarrow |T_{NN}|^2 \propto \left| \left(-g_{\pi NN} + 2g_{\pi NN} \right) \frac{1}{q^2 + m^2} \right|^2 \propto \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

Bei $e^- p$ hatten wir keine Masse d. Photons daher in d.

Formel keine Masse. Bei Pionen Austausch ist in d

Formel eine Masse! $\pi^0: T_3 = 0 \quad \pi^+: T_3 = 1$

Beide Skizzen unterscheiden sich um Faktor 2 \rightarrow

2er vor 2. g ...

2. Vertex: $\left\langle \frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \quad 1 \quad 1 \mid \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \right\rangle$ // mit π^+ gerechnet

$$\parallel \left\langle \quad \right\rangle \sqrt{g_{\pi NN}} \left\langle \quad \right\rangle \sqrt{g_{\pi NN}}$$

$$-\frac{1}{\sqrt{3}} \quad \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\rightarrow \frac{1}{3} g_{\pi NN}$$

apientl schreibt man das ganze in d Vertex!

$$-\sqrt{g_{\pi NN}} \quad \sqrt{2g_{\pi NN}} !!$$

Austausch boson $S=1, 2, \dots$ Bosonenaustauschmodell

Zuständige rel. Gl.: Klein-Gordon Gl.

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m^2) \phi = 0$$

3er schreiben: $(\vec{\nabla}^2 - \frac{1}{c^2} \partial_t^2 - m^2) \phi = 0 \quad // (\cdot -1)$

↑
Mesonen WF

// Dirac nur f. Spin $\frac{1}{2}$ $[H_{Dirac}, \vec{L}] \neq 0 \quad \vec{S} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \vec{\sigma} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \end{pmatrix}$ nur f. Spin $\frac{1}{2}$ T

statisches π -Feld an $\partial_t^2 = 0$

$$(\vec{\nabla}^2 - m^2) \phi = 0$$

f. jede Komp. d. Dirac Gl. gilt eine 1Q. Gard Gl.

$$\vec{\nabla}^2 \varphi = 4\pi g$$

↑
Quelle d. elen. Feldes

man fügt einen Quellkern ein

$$(\vec{\nabla}^2 - m^2) \phi = g$$

— Nukleon ist Quelle d. mesonischen Feldes

$$g = g \delta(\vec{r} - \vec{r}_1)$$

Äquival. z. Poisson Gl.

$$(\vec{\nabla}^2 - m^2) G = 1$$

$$G = \frac{e^{-m|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$$

$$\rightarrow \phi(\vec{r}) = -\frac{1}{4\pi} \int d^3r' \frac{e^{-m|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} g \delta(\vec{r}' - \vec{r}_1)$$

$$\rightarrow \phi(\vec{r}) = -\frac{g}{4\pi} \frac{e^{-m|\vec{r}-\vec{r}_1|}}{|\vec{r}-\vec{r}_1|}$$

$$V_{NN} = \int d^3r \phi(\vec{r}) g \delta(\vec{r} - \vec{r}_2)$$

↑
g $\delta(\vec{r} - \vec{r}_2)$

/
WW-Potential

$$V_{NN}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = -\frac{g^2}{4\pi} \frac{e^{-m|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}$$

Yukawa Potential

Näherung passiert beim Aufstellen d. Poisson Gl.

Wir haben eig bei π 3 Isospin-Komps

ψ ist aber Nukleon Feld und hat nur 2 Komps - daher braucht man Operatoren die das lösen

ϕ : Isospin 1 ψ : Isospin $\frac{1}{2}$

ϕ : Potential \uparrow T V_{NN} : WW Pot \uparrow 2a T.

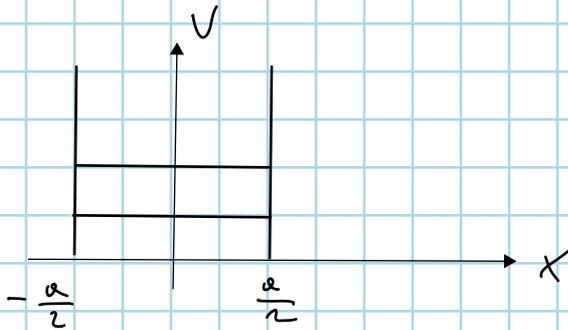
siehe Skizze der Mesonen $V(r)$

/ Sigma - " "
 σ : Pseudo - Meson
 // 2 Pion Korrelationen

Modell braucht fiktive Teilchen f
 quantitative T.

Kernmodelle

Fermigas



Potentialtopf mit nicht WW
 Nukleonen (Fermionen)

$$k_x = \frac{\pi}{a} \overbrace{(2n+1)}^{n_x}$$

$$X(x) = c_x \cos(k_x x)$$

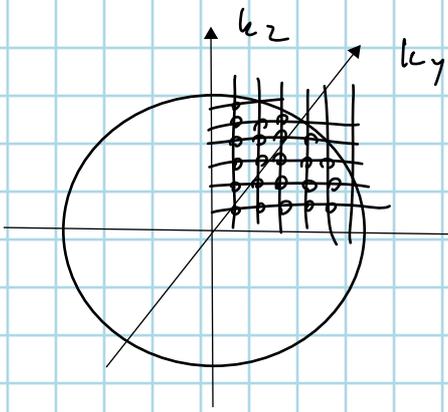
$$k_x = \frac{\pi}{a} \underbrace{2n}_{n_x}$$

$$X(x) = b_x \sin(k_x x)$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\pi \hbar}{a} \right)^2 \underbrace{(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)}_{p^2}$$

$$p^2 = 2mE = \left(\frac{\pi \hbar}{a} \right)^2 (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)$$

n_x, n_y, n_z :
 1, 2, ...



Fermi Kugel

Man braucht $\frac{1}{8}$

der Kugel (weil $n_{x,y,z} \geq 0$)

$$dn = \frac{1}{8} 4\pi p^2 dp = \frac{\pi}{2} p^2 dp$$

// einsetzen

$$dn = \frac{\pi}{2} \left(\frac{\hbar p}{\pi \hbar} \right)^2 \left(\frac{\hbar}{\pi \hbar} \right) dp$$

siehe p^2

$$\boxed{2p dp = 2m dE}$$

p_F : Fermi Impuls

$$\boxed{n = \int_0^{p_F} dp \frac{\pi}{2} \left(\frac{\hbar p}{\pi \hbar} \right)^2 \left(\frac{\hbar}{\pi \hbar} \right) = \int_0^{E_F} dE \sqrt{E} \dots}$$

$$= G E_F^{\frac{3}{2}}$$

Verfahren

A Nukleonen im Kern

$$n = \frac{(2m)^{\frac{3}{2}}}{3\pi^2 \hbar^3} a^3 E_F^{\frac{3}{2}}$$

a^3 : Volumen d. Würfels

Faktor 2 von

d. 2 Spin Zuständen

J — Volumen

$\frac{A}{J}$: Wie viele

Nukleonen / Volumen?

$$\boxed{\frac{A}{J} = \frac{(2m)^{\frac{3}{2}}}{3\pi^2 \hbar^3} E_F^{\frac{3}{2}}}$$

$$J = \frac{4\pi}{3} R_0^3 = \frac{4\pi}{3} r_0^3 A$$

radius d. Kugel

Berücksichtigung d. Sättigung d. Kernmaterie:

$$R_0 = r_0 A^{\frac{1}{3}} \quad r_0 \sim 1,3 \text{ fm}$$

$$\Rightarrow \frac{A}{J} = \frac{A}{\frac{4\pi}{3} r_0^3 A} = \frac{3}{4\pi r_0^3}$$

// Anzahl d. Nukleonen
pro Volumeneinheit

diese Formel umgeschrieben:

$$n = \frac{1}{h^3} 4\pi \int_0^{p_F} dp p^2 a^3$$

Vol. d Impulsraums
rauml. Vol

Vol d Phasenraums

→ pro T ein Phasen-
raumvol. von h^3

Einschub

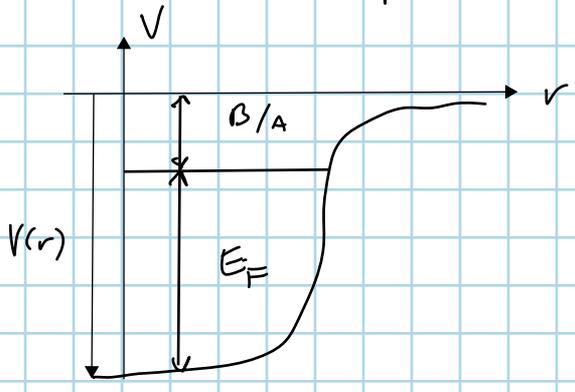
⇒ Bestimmung d Fermi Energie

$$E_F = \left(\frac{9\pi}{4} \right)^{2/3} \left(\frac{\hbar}{r_0} \right)^2 \frac{1}{2m}$$

$E_F \sim 45 \text{ MeV}$

pro Nukleon Bindungs E
7 - 8 MeV $\left(\frac{B}{A} \right)$

→ Potentialtiefe $\sim -53 \text{ MeV}$



mittlere kin Energie:

$$\bar{E} = \frac{\int_0^{E_F} dE \cdot E \sqrt{E}}{\int_0^{E_F} dE \sqrt{E}} = \frac{3}{5} E_F$$

$\frac{1}{1 + \frac{3}{2}} = \frac{2}{5}$

$\frac{1}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$

Berechnen d. Bindungsenergie

Tröpfchenmodell - Weizsäcker Z^2

$$B = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}}$$

hat
gleich wie
Fermigas

Teilchen an Oberfl haben
keine Partner

Protonen räumlich
Coulomb WW

Fermigas Modell kann
man bei hohen Energien gut
verwenden! einfach f
abz. d Zustände & Impulse

$$- a_4 \frac{(N-Z)^2}{A} + a_p \frac{1}{A^{1/2}}$$

Unterschied zw. Neutron
& Protonen

Z

1) Volumenstrom

3) Coulombt.

5) Paarungst

2) Oberflächen

4) Antisymmetrie

Zu 5): 2 Protonen haben auch eine ger. Bindungsenergie (mitt. Coul.)

wenn es 3 sind bleibt 1 über

$$\delta = \begin{cases} 1 & gg - \text{Kern} \\ 0 & ug, gu - \text{Kern} \\ -1 & uu - \text{Kern} \end{cases}$$

g : gerade
u : ungerade
d.h. bei
/ - Proton
gg

Siehe Skizze

