

$$H\psi = E\psi$$

S 101 :

$$PH\psi = PE\psi$$

$$P + Q = 1$$

$$PH(P+Q)\psi = PE\psi$$

$$\underbrace{PH P \psi + PH Q \psi}_{PH P P \psi} = \overset{\sim}{PE} \psi$$

$$PH P P \psi$$

$$1) (E - PH P) P \psi = PH Q Q \psi$$

$$\text{and log 2) } (E - QHQ) Q \psi = QHP P \psi$$

$$Q \psi = \frac{1}{E - QHQ} QHP P \psi$$

$$\text{Eins. in 1: } (PH P + PH Q \frac{1}{E - QHQ} QHP) P \psi = EP \psi \quad \checkmark$$

Form von SGL

S 104 S. 15

$$\left| 1 - \frac{\rho_0 + ikR}{\rho_0 - ikR} e^{-2ikR} \right|^2 = \left| e^{-2ikR} \left( e^{2ikR} - \frac{\rho_0 + ikR}{\rho_0 - ikR} \right) \right|^2$$

$$| \quad | = 1 \quad \checkmark$$

$$\frac{\rho_0 + ikR}{\rho_0 - ikR} = \frac{\rho_0 - ikR + 2ikR}{\rho_0 - ikR} = 1 + \frac{2ikR}{\rho_0 - ikR} \quad \checkmark$$

$$(S. 16) \quad \frac{\pi}{k^2} [1 - \cos(2kR)] \quad k \rightarrow 0$$

$$= \frac{\delta}{\delta} \quad \rightarrow \text{Delta}$$

$$\frac{\pi 2R \sin(2kR)}{2k} \rightarrow \frac{\pi R^2 \cos(2kR)}{2} \rightarrow \frac{2\pi R^2}{4} \text{ stimmt...}$$

# Kap 5 Kernreaktionen

Bisher, Kernstruktur, Bindung, Aufbau d. starke WW

Kenntnis d. Reaktionen v.  $e^-$  mit Kernen — Streuexp heute  
od  $\alpha$ -T an Goldk  
mit Beschleunigen

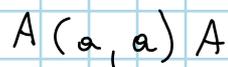
$e^-$ , Neutron & Kerne beschleunigen; Anlagen die Strahlen v.  
radioaktiv od ext. Teilch erzeugen

Fixtarget / Strahlengemaint

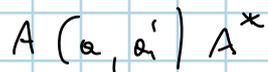
elastische Streuung od. Energieaustausch

Reaktion: Zieler (Projektiv, Ejektiv) Endkern  $^{14}\text{N}(\alpha, p)^{17}\text{O}$

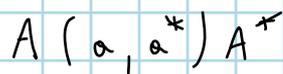
el. Streuung



inel.

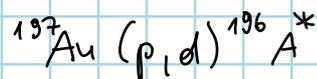
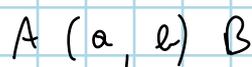


// einf. Anregung

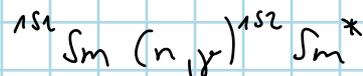
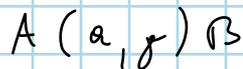


// gemeins. Anreg.

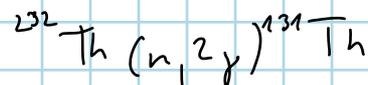
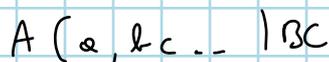
Umwandlung



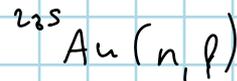
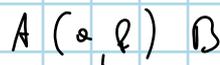
Einfang



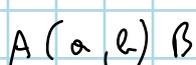
mehrere T im EZ



Spaltreakt



Kanal: Projektil  $a$  & Target  $A$ , alle relevanten QZ & Eigenschaften



$(A + a)$  : Eingangsk.

$(B + b)$  : Ausgangsk.

elastischer Kanal: Eingang & Ausgang gleich

Reaktionen unterscheiden sich in Freiheitsgr. (Nukleonen)

2 Grenzfälle:

1) Direkte: wenige Nukleonen - Kern ist Spektator - nur  
Beeinfl. über E & p Satz

Zeiten:  $10^{-20} - 10^{-23}$  s

$\approx$  Durchlaufzeiten d Kern

2) Compaundkernrecht:

alle Nukl. beteiligt - Richtung wird absorbiert - Energie

auf Nukl. verteilt; Compa-Kern zerfällt statistisch

Zerfall ist unabh von Bildung (bis auf Erhaltungsgr.)

gleiche erfordert Zeit  $\rightarrow 10^{-13} - 10^{-16}$  s

2) dominiert Niederenergiestreuung - n, Kern St.

schmale Resonanzen weisen auf hohe Lebensdauern

$$J = \frac{\hbar}{\Gamma}$$

Compa in elast. Kanal  $\rightarrow$  comp elast. Streuung

Dazwischen (1 & 2) - Vergleichsexper.  
(Forschung)

## Das optische Poti

Mean Field Modell f. Nukl. mit pos. Energie in Streuzust

$\rightarrow$  neue eig d. Potis Nur Kanäle mit 2 Partnern

Nukl. auf Kern mit MZA:  $A+1$  T Problem - Näherung

Modell beschreibt elastischen Kanal mit eff Einbildhamod.

$$SGL: H|\psi\rangle = \left[ \hat{T}_N + \hat{V}(N,A) + \hat{H}_A \right] |\psi\rangle = E|\psi\rangle$$

Ekin des Nukl.

UV zw. Nuk  
& Target

Target Hamilton

$|\psi\rangle$ :  $A+1$  Nibel Zustand

Anteil im Eingangskanal:  $|\psi_a\rangle = \hat{P} |\psi\rangle$   
EK

$|\psi_a\rangle = |0\rangle \cdot |\psi\rangle$   
GZ des Targets      Zust. d. Relativbew.

Projektor  $\hat{Q} = 1 - \hat{P}$  // proj ist  $\perp$  Komplement  
 $\hat{P}\hat{Q} = \emptyset$  mit  $\hat{P}^2 = \hat{P}$  &  $\hat{Q}^2 = \hat{Q}$

$$(E - PHP) P|\psi\rangle = PHQQ|\psi\rangle$$

$$(E - QHQ) Q|\psi\rangle = QHPP|\psi\rangle$$

$$\rightarrow [PHP + PHQ \frac{1}{E - QHQ} QHP] P|\psi\rangle = E \underbrace{P|\psi\rangle}_{\psi_a}$$

//  $\langle 0|$  &  $\int$  über FHG

$$\rightarrow \left[ \frac{\hat{p}_z^2}{2m} + V_{opt} \right] |\psi\rangle = E |\psi\rangle \quad // \text{SGL f. Relativbewegung}$$

$$V_{opt} = \underbrace{\langle 0|V_N|0\rangle}_{\text{mittlere WW}} + \underbrace{\langle 0|V_N Q \frac{1}{E - QHQ} Q V_N|0\rangle}_{\text{Kopplung elastischer mit allen inelast. Kanälen}}$$

$V_{opt}$ : ist komplex; hängt von  $E$  ab; Kopplung ist Beitrag 2. Ordnung

Energieabh. & Imag kommen aus Greenie  
Beschreibt den Flussverlust - Senke zu inelast. K

Lsg d. SGL mit kompl.  $V$  führt zu Streumatrixelem  $S_l$   $|S_l| \leq 1$

$$\text{und zu } \sigma_{\text{abs}} = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (1 - |S_l|^2) \geq 0$$

// Spin vernachlässigt

Bausteine f. alle Modellberechnungen; gute Besch. d. elast

Streudaten  $\rightarrow$  nützlich f. Berechnung d. Wirkungsquerschnitte

Gute Ergebnisse f.  $E > 60 \text{ MeV}$

Micrologisch nicht ausreichend  $\rightarrow$   
Phänomenologische optimierte Potis

Meistens Woods Saxon

$$V_{\text{opt}}(r) = -V_0 f(r, R_0, a_0) - i W_0 f(-u-) + i 4 a_d W_d \frac{d}{dr} f(-u-) \\ + \left(\frac{\hbar}{mc}\right)^2 \frac{1}{r} \frac{d}{dr} f(-u-) \vec{l} \vec{s} + V_{\text{Coul}}(r)$$

gibt paar Abweichungen; ganz ok

$$f = \left[ 1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right) \right]^{-1}$$

Resonanzen

$\sigma_{\text{tot}}$  zeigt Res  $\approx 10 \text{ eV} - 10 \text{ keV}$  schmale Res - eV breit

weisen auf Zeiten  $\Delta t \approx 10^{-17} \text{ s}$  hin

Keine Einteilchenmodelle (liegen im MeV Bereich)

$\rightarrow$  Vielteilchensystem (Compoundkern)

Beschreibung mit Einst SGL:

WF am Kernrand  $r=R$  soll stetig diffbar sein

Streuphase bekannt  $\rightarrow$  StreuWF außen angebbbar

$u$ ; unkeh

$$\frac{f_0}{R} = \left( \frac{w_i'}{w_i} \right)_{r=R} = \left( \frac{u_e'}{u_e} \right)_{r=R} = -ik \frac{e^{-ikR} + S_0 e^{ikR}}{e^{-ikR} - S_0 e^{ikR}}$$

auf  $S_0$  umformen:  $S_0 = \frac{f_0 + ikR}{f_0 - ikR} e^{-2ikR}$

Streumatrixelement ist  $f$  reelles  $f_0$  unimodular  $|S_0|^2 = 1$

→ Reaktionswirkungsgl. verschwindet

Reaktionskanäle offen →  $f_0$  komplex

Niederenergetisch —  $k=0$ .

$$\begin{aligned} \delta_{\text{ela}} &= \frac{\pi}{k^2} \left| 1 - \frac{f_0 + ikR}{f_0 - ikR} e^{-2ikR} \right|^2 = \frac{\pi}{k^2} \left| e^{2ikR} - \frac{f_0 + ikR}{f_0 - ikR} \right|^2 \\ &= \frac{\pi}{k^2} \left| e^{2ikR} - 1 - \frac{2ikR}{f_0 - ikR} \right|^2 = \frac{\pi}{k^2} \left| A_{\text{pot}} + A_{\text{res}} \right|^2 \end{aligned}$$

/
\  
 Potentialstreuung (harte Kugel)      Resonanzstreuung

$$\delta_{\text{pot}} = \frac{\pi}{k^2} [1 - \cos(2kR)]$$

$$k \rightarrow 0: \quad \delta_{\text{pot}} = 4\pi R^2$$

$$\delta_{\text{res}} = \frac{\pi}{k^2} \left| \frac{-2ikR}{f_0 - ikR} \right|^2 = \frac{\pi}{k^2} \frac{4k^2 R^2}{(\text{Re } f_0)^2 + (kR - \text{Im } f_0)^2}$$

$f_0$  ist glatt in  $E$  → Näherung bei Resonanz  $d$

$$f_0 = -a(E - E_{\text{res}}) - ib$$

→ Breit Wigner Form

$$\delta_{\text{ela}}^{(\text{res})} = \frac{\pi}{a^2} \frac{(2kR/a)^2}{(b/a + kR/a)^2 + (E - E_{\text{res}})^2} \quad // \text{ nur Potential}$$

reelles  $f_0$ :  $b = 0$

## Resonanz

$$b_R^{(res)} = \frac{\pi}{k^2} \frac{(2b/a)(2kR/a)}{(b/a + kR/a)^2 + (E - E_{res})^2} \quad || \text{Resonanz}$$

Breite ist um  $(2b/a)$  größer als bei reiner Potentialst.

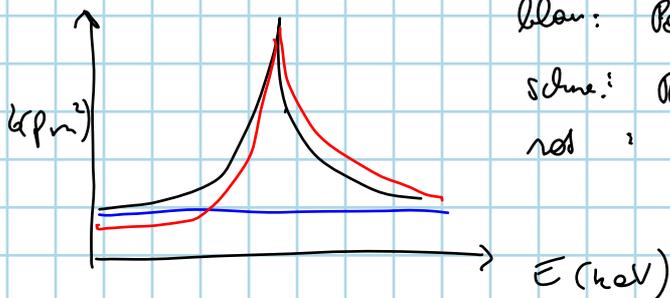
also:  $\Gamma_R = \frac{2b}{a}$  || Resonanzbreite

$$b_{el}^{(res)} = \frac{\pi}{k^2} \frac{\Gamma_{el} \Gamma_{res}}{\Gamma^2/4 + (E - E_{res})^2} \quad b_R^{(res)} = \frac{\pi}{k^2} \frac{\Gamma_R \Gamma_{el}}{\Gamma^2/4 + (E - E_{res})^2}$$

$$\Gamma = \Gamma_{el} + \Gamma_{res} \quad || \text{tot. Breite}$$

ohne elast. Streuung ist keine Resonanz möglich

Interferenzturm  $\Gamma_{el} \Gamma_R$  ändert Form des Wirkungsquerschn.



blau: Potential

schwarz: Resonanz + Poti

rot: Poti + Res + Interferenz